

IL BILIARDO

a cura di Benedetta Spina, Althea Lorenzon e Matteo Spadetto

Realizzato nell'ambito del **progetto Archimede**

con la supervisione dei Proff. Fabio Breda, Alessandro Carraro, Francesco Zampieri

I.S.I.S.S. M.Casagrande, Pieve di Soligo, a.s. 2012/13

Sommario: lo scopo della Goriziana, variante italiana del gioco del biliardo, consiste nel colpire la propria biglia in modo tale che colpisca la biglia avversaria, direttamente o di sponda, e che successivamente abbatta il castello. Il pallino può essere toccato sia dalla propria biglia che da quella avversaria, ma soltanto dopo che la propria biglia abbia colpito quella avversaria. Con quale forza e in che direzione è necessario colpire la biglia per ottenere l'effetto desiderato?

Introduzione

Scopo dell'esperienza è determinare l'angolo α , lo spazio percorso S , la velocità iniziale V_0 e la forza necessaria F affinché una pallina da biliardo di massa m , la cui posizione X_A e Y_A può essere variata, vada a colpire per poi fermarsi, una seconda pallina da biliardo, di uguale massa e dimensione e posizione fissa X_B e Y_B , che compia uno spazio d fermandosi a sua volta. Le due palline si trovano in un tavolo da biliardo di larghezza l e altezza h .

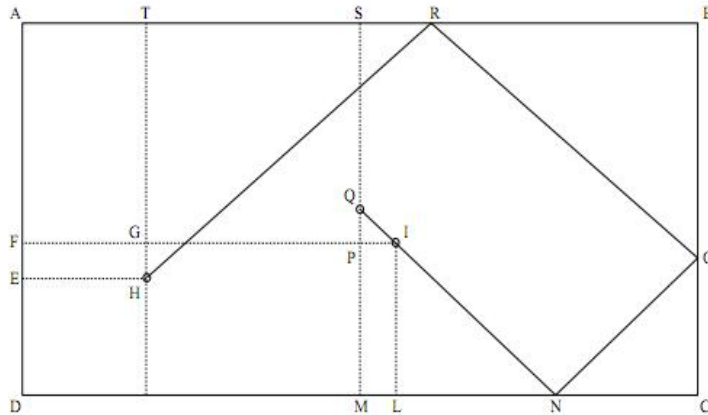


Figura 1: Rappresentazione del piano di gioco e delle traiettorie delle biglie.

Si suppongano note le coordinate iniziali della propria biglia X_A e Y_A , quelle della biglia avversaria X_B e Y_B , la lunghezza l e l'altezza h del piano del biliardo. In riferimento alla Fig. 1 risulta quindi che: $IQ = d$;

$$IL = Y_B;$$

$$LN = Y_B \cotg \alpha;$$

$$NC = l - X_B - Y_B \cotg \alpha;$$

$$OC = l \tg \alpha - X_B \tg \alpha - Y_B;$$

$$OB = h - l \tg \alpha + X_B \tg \alpha + Y_B;$$

$$BR = h \cotg \alpha - l + X_B + Y_B \cotg \alpha;$$

$$RS = \frac{3}{2} l - h \cotg \alpha - X_B - Y_B \cotg \alpha;$$

$$TS = \frac{l}{2} - X_A;$$

$$TR = 2 l - h \cotg \alpha - X_A - X_B - Y_B \cotg \alpha;$$

$$TH = h - Y_A.$$

Determinazione dell'angolo α in funzione dei parametri noti.

Poiché $tg\alpha = \frac{TH}{TR}$ risulta che:

$$TH = TR \operatorname{tg} \alpha = (2 l - h \cotg \alpha - X_A - X_B - Y_B \cotg \alpha) \operatorname{tg} \alpha.$$

Eguagliando le due relazioni ottenute per TH:

$$(2 l - h \cotg \alpha - X_A - X_B - Y_B \cotg \alpha) \operatorname{tg} \alpha = TH = h - Y_A$$

si ottiene che $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2h - Y_A + Y_B}{2l - X_A - X_B}$.

Calcolo dello spazio s percorso dalla propria pallina.

In riferimento alla Fig. 1 risulta:

$$HR = \frac{HT}{\operatorname{sen} \alpha}; OR = \frac{BO}{\operatorname{sen} \alpha}; NO = \frac{CO}{\operatorname{sen} \alpha}; IN = \frac{IL}{\operatorname{sen} \alpha}.$$

Poichè $s = HR + OR + NO + IN$:

$$s = \frac{HT + BO + CO + IL}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{2h - Y_A + Y_B}{\operatorname{sen} \alpha}.$$

Determinazione della velocità della propria biglia.

La propria biglia, colpita dalla stecca, deve percorrere lo spazio s appena calcolato e urtare la pallina avversaria in modo tale che quest'ultima si sposti di uno spazio IQ . L'urto tra le biglie, per semplicità, è elastico e avviene frontalmente (i baricentri delle biglie giacciono sulla retta che contiene il vettore velocità della propria biglia). Poichè le masse delle 2 biglie sono tra loro uguali e la biglia avversaria, prima di essere urtata è ferma, in accordo con i principi di conservazione della quantità di moto e di conservazione dell'energia cinetica, la propria biglia arresterà la corsa esattamente nel punto in cui stazione la biglia avversaria e quest'ultima inizierà a muoversi con la velocità con cui la propria biglia ha urtato la biglia avversaria: la velocità finale della propria biglia, posseduta dopo aver percorso il tratto s , è uguale alla velocità iniziale della biglia avversaria. Questa velocità deve essere esattamente uguale a quella che permette alla biglia avversaria di percorrere il tratto d . Indicando con a_v la decelerazione causata dalla presenza dell'attrito volvente, $a = \mu g$, avendo determinato sperimentalmente in laboratorio μ , e sapendo che la velocità finale della biglia avversaria deve essere nulla risulta:

$$\begin{cases} d = \frac{1}{2} a_v t^2 \\ v_{2f} = v_{1f} - at \end{cases}$$

da cui: $t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$ e $v_{2f} = \sqrt{2da}$.

Ricordando che $v_{2i} = v_{1f}$ si ottiene infine: $v_{1i} = \sqrt{2 \left(\frac{2h - Y_A + Y_B}{\text{sen}\alpha} + d \right) a}$.

Determinazione della forza

La propria biglia va quindi colpita affinché la sua velocità iniziale risulti uguale a v_{1i} . Ricordando che l'impulso di una forza è uguale alla variazione della quantità di moto ($F\Delta t = mv_{1i}$), e supponendo che il tempo di contatto Δt tra la stecca e la biglia sia dell'ordine del decimo di secondo, risulta infine:

$$F = \frac{m}{0.1} \sqrt{2 \left(\frac{2h - Y_A + Y_B}{\text{sen}\alpha} + d \right) a}.$$