

## ANDARE A SCUOLA RISPARMIANDO

a cura di Ceppi Giulio, Dalla Rosa Josephine, Sadak Ikram e Sech Edoardo

Realizzato nell'ambito del *progetto Archimede*

con la supervisione dei Proff. Fabio Breda, Francesco Cardano, Alessandro Carraro, Valentina Fabbro,  
Francesco Zampieri

I.S.I.S.S. M.Casagrande, Pieve di Soligo, a.s. 2013/14

La maggior parte dei ragazzi iscritti all'Istituto Marco Casagrande può scegliere fra diversi mezzi per recarsi a scuola e, dal momento che ci troviamo in un periodo di crisi, stiamo cercando il modo più conveniente per arrivarci. Andando alla stazione degli autobus, ci vengono proposti diversi abbonamenti giornalieri, mensili e annuali; inoltre consideriamo la possibilità di usufruire dello scooter oppure dall'automobile. Si presenta così il problema di decidere quale sia l'offerta migliore. Noi del Progetto Archimede abbiamo cercato una soluzione per il problema considerato.

Il ramo della matematica che si occupa di questi tipi di problemi è la Ricerca Operativa. Essa si interessa di operare le scelte per risolvere in modo ottimale una determinata questione.

Il procedimento generale per fare ciò consiste nel costruire un modello. Di solito questo contiene:

- una funzione

$$y = f(x_1; x_2; \dots)$$

detta funzione obiettivo, dove con  $x_1, x_2, \dots$  indichiamo le variabili presenti, dette anche variabili d'azione o variabili ammissibili; l'insieme dei valori che possono essere assunti dalle variabili viene detto regione o area ammissibile o campo di scelta;

- delle relazioni fra variabili che chiamiamo vincoli tecnici;
- dei vincoli di segno, come ad esempio  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \dots$

La situazione che abbiamo scelto di studiare si può ricondurre ad un problema di programmazione lineare in una variabile; quindi il modello diventa:  $y = f(x)$  con  $f(x)$  funzione lineare in una variabile, con  $x \geq 0$  vincolo di segno;  $f$  rappresenta la funzione del costo di un mezzo di trasporto in funzione dei Km percorsi  $x$ . Abbiamo scelto tre mezzi di trasporto: autobus o corriera (la cui funzione di costo è  $f_a$ ), macchina (la cui funzione di costo è  $f_m$ ) e scooter (la cui funzione di costo è  $f_s$ ).

Per ciascuno abbiamo valutato i vari costi (costo della benzina, costo del biglietto o costo dell'abbonamento) e scritto le diverse funzioni di costo limitandoci ad una distanza di percorrenza di 20 km, indicativamente quella che c'è tra Conegliano e Pieve di Soligo.

Come primo aspetto abbiamo deciso di esaminare i costi giornalieri dei vari mezzi di trasporto.

La seguente funzione descrive i costi di andata e ritorno dell'autobus/corriera  $f_a(x)$  in funzione dei chilometri percorsi  $x$ . Il costo si intende espresso in euro.

$$f_a(x) = \begin{cases} 2,60 & \text{se } 0 \leq x \leq 5 \\ 4,40 & \text{se } 5 < x \leq 12 \\ 5,60 & \text{se } 12 < x \leq 20 \end{cases}$$

Con  $f_s(x)$  indichiamo la funzione di costo per uno scooter.

$$f_s(x) = 0,11x$$

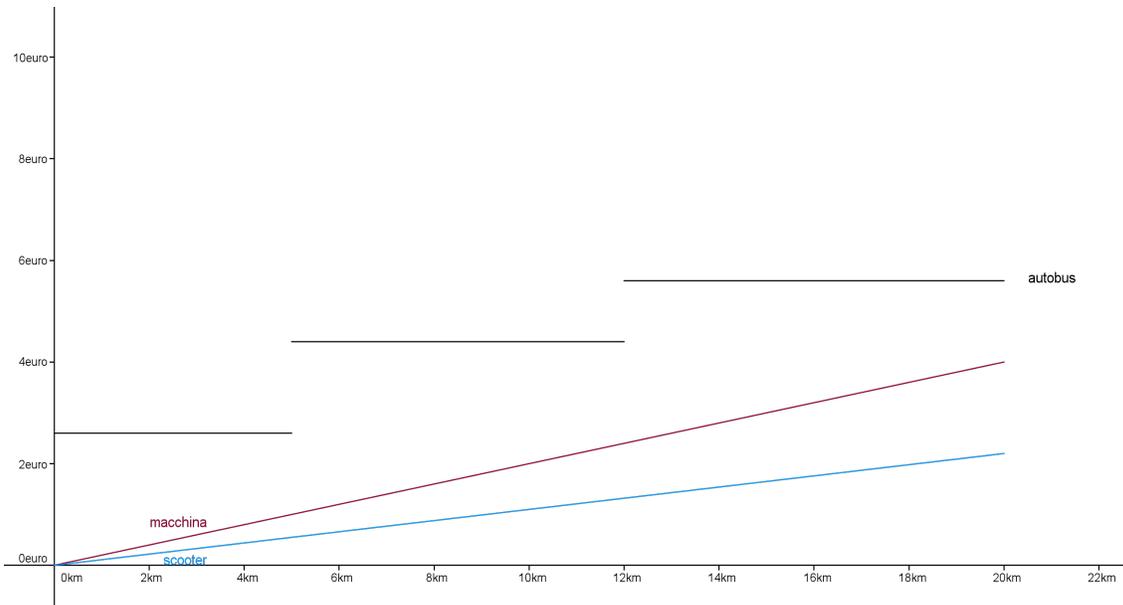


Figura 1: Funzioni di costo giornaliero dei tre mezzi al variare dei chilometri percorsi

Il fattore numerico 0,11 rappresenta la stima del costo per l'uso giornaliero dello scooter per un chilometro. E' stato calcolato facendo il rapporto tra il costo medio di litro di benzina (1,68 €/l) e la stima dei chilometri percorsi con un litro (30,0 km/l) e moltiplicando poi il risultato per due dal momento che il tragitto giornaliero è composto da andata e ritorno.

Con  $f_m(x)$  indichiamo la funzione di costo per una macchina.

$$f_m(x) = 0,20x$$

Il fattore numerico 0,20 rappresenta il costo per l'uso della macchina per un chilometro ed è stato calcolato nello stesso modo dello scooter modificando il valore dei chilometri percorsi con un litro (16,5 km/l). La figura 1 riporta il grafico delle tre funzioni di costo giornaliero al variare dei chilometri percorsi.

Quindi possiamo dedurre che, considerando un solo giorno, non conviene acquistare il biglietto doppio (cioè di andata e di ritorno) dell'autobus/corriera; è meglio farsi portare in macchina dai propri genitori oppure usare lo scooter, in quanto i costi sono minori.

Come secondo aspetto abbiamo preso in considerazione i costi mensili.

La seguente funzione descrive il costo mensile dell'autobus/corriera espresso in euro. I valori numerici rappresentano il costo dell'abbonamento mensile per studenti a seconda delle diverse fasce chilometriche.

$$f_a(x) = \begin{cases} 35 & \text{se } 0 \leq x \leq 5 \\ 49 & \text{se } 5 < x \leq 12 \\ 56 & \text{se } 12 < x \leq 20 \end{cases}$$

La funzione di costo per lo scooter si ottiene moltiplicando il fattore numerico precedentemente trovato 0,11 per il numero medio di giorni che andiamo a scuola in un mese che abbiamo stimato essere mediamente 25.

$$f_s(x) = 2,75x$$

Abbiamo eseguito il medesimo ragionamento per determinare la funzione del costo della macchina.

$$f_m(x) = 5,0x$$

La figura 2 riporta le tre funzioni di costo mensile al variare dei chilometri percorsi.

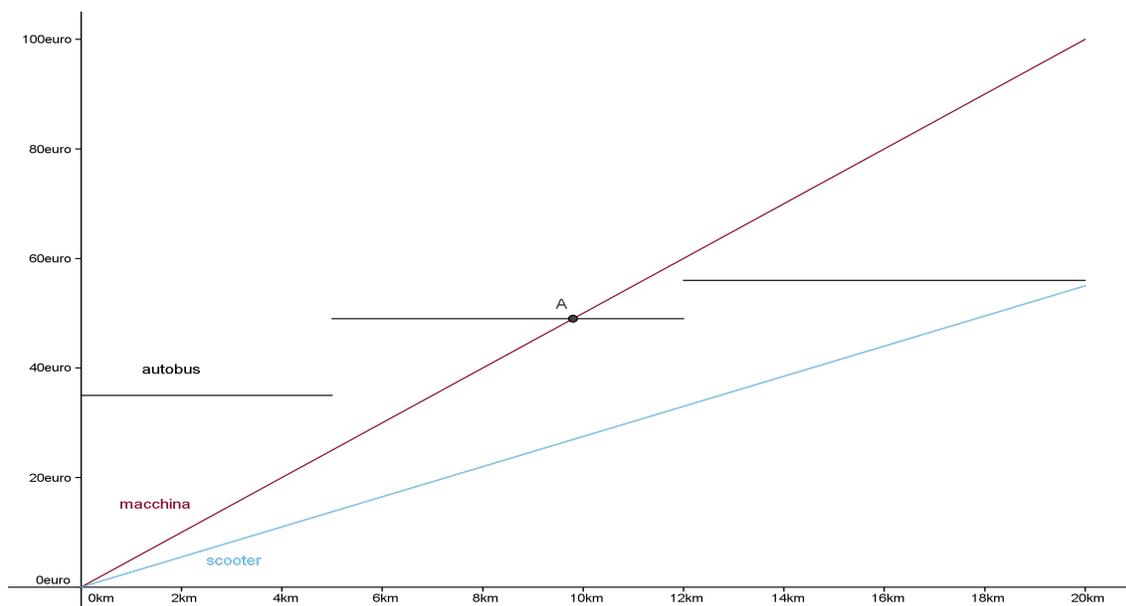


Figura 2: Funzioni di costo mensile dei tre mezzi al variare dei chilometri percorsi

Si osserva che lo scooter resta sempre il mezzo più conveniente. Inoltre, conviene spostarsi in macchina rispetto ad andare in autobus/corriera se la distanza da percorrere è inferiore a  $9,8 \text{ km}$  (ascissa del punto  $A$ ), mentre conviene abbonarsi all'autobus/corriera per tratte superiori a  $9,8 \text{ km}$ .

Come terzo aspetto, infine, esaminiamo i costi annuali dei vari mezzi di trasporto.

La seguente funzione descrive il costo mensile dell'autobus/corriera espresso in euro. I valori numerici rappresentano il costo dell'abbonamento annuale per studenti a seconda delle diverse fasce chilometriche.

$$f_a(x) = \begin{cases} 290 & \text{se } 0 \leq x \leq 5 \\ 400 & \text{se } 5 < x \leq 12 \\ 465 & \text{se } 12 < x \leq 20 \end{cases}$$

La funzione di costo per lo scooter si ottiene moltiplicando il fattore numerico  $0,11$  (costo giornaliero per  $1 \text{ km}$ ) per il numero medio di giorni in cui andiamo a scuola in un anno che abbiamo stimato essere  $200$ .

$$f_s(x) = 22x$$

Abbiamo eseguito il medesimo ragionamento per determinare la funzione del costo della macchina.

$$f_m(x) = 40x$$

Nell'ultimo grafico (figura 3) sono riportate le tre funzioni di costo annuale al variare dei chilometri percorsi.

Si osserva che lo scooter resta ancora una volta il mezzo più conveniente. Inoltre, come nel caso mensile, conviene spostarsi in macchina rispetto ad andare in autobus/corriera se la distanza da percorrere è inferiore a  $10 \text{ km}$  (ascissa del punto  $B$ ), mentre conviene abbonarsi all'autobus/corriera per tratte superiori a  $10 \text{ km}$ .

Per concludere, osserviamo che il modello costruito ci porta a dire che lo scooter resta il mezzo più conveniente per raggiungere la scuola, mentre la scelta fra autobus/corriera e macchina dipende dalla lunghezza del tragitto.

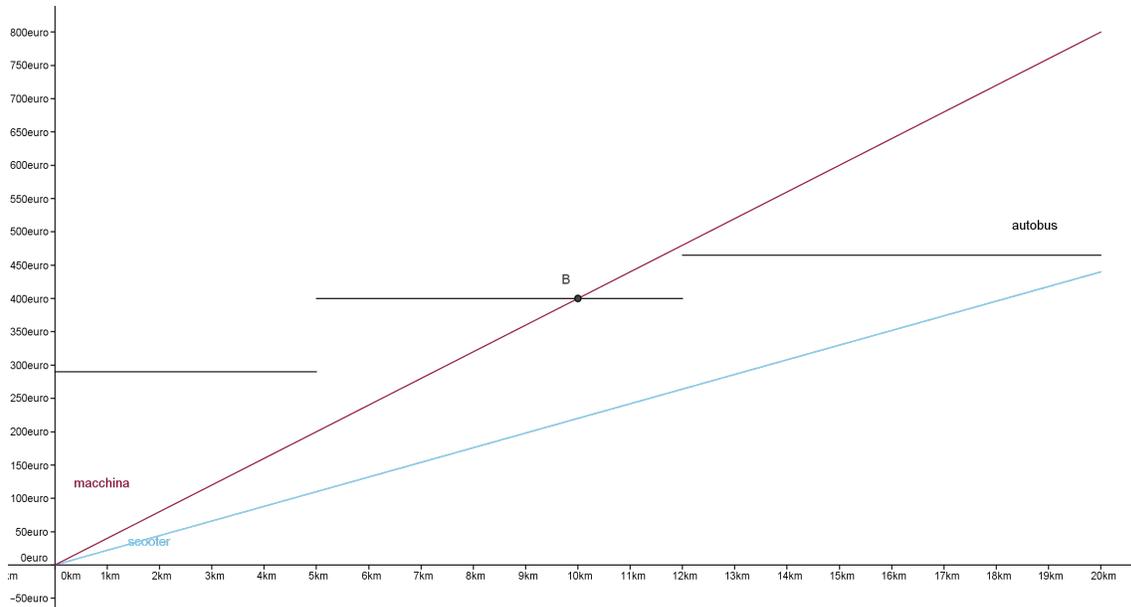


Figura 3: *Funzioni di costo annuale dei tre mezzi al variare dei chilometri percorsi*

E' però opportuno osservare che il nostro problema presuppone delle notevoli semplificazioni. Ad esempio, non si tiene conto del tempo meteorologico: è molto improbabile che sia bello sempre (e lo scooter non si può usare se piove...). Inoltre, per i costi dello scooter e della macchina è stata considerata solo la benzina (non il gasolio) e non si sono tenuti in considerazione gli altri costi che il possesso di questi mezzi comporta (assicurazione, bollo, usura dei pezzi,...). Infine, non tutti hanno la fermata dell'autobus/corriera davanti casa: una situazione più realistica dovrebbe anche considerare tragitti percorsi con più di un mezzo. Le tariffe che abbiamo considerato per l'autobus/corriera sono quelle extraurbane supponendo che chi ha il problema del trasporto principalmente provenga da una città diversa da Pieve di Soligo; con le tariffe urbane il costo degli abbonamenti è inferiore. Sarebbe anche interessante stabilire di quanto si abbassano i costi per l'uso della macchina supponendo che più studenti usino la stessa macchina per andare a scuola, dividendo così le spese.