LA MOTO

Parte 1

Andremo a misurare l'angolo di inclinazione dell'asse del motociclo in accelerazione.
Schema di una moto quando è ferma:
Una volta partita la moto resta ferma in questa posizione:
Legenda:

R^a= *reazione durante l'accelerazione*
R^r= *reazione a riposo*
k_1= *costante elastica della molla 1*
k_2= *costante elastica della molla 2*
Δ_x= *compressione o dilatazione delle molle*
m= *massa della moto*
a= *accelerazione*
d= *diagonale*
L= *lunghezza*

Dati:
$R_1^r = R_2^r = 784,8N$
$k_1 = 7{\cdot}10^3 N/m$
$k_2 = 3{\cdot}10^3 N/m$
$m = 160kg$
$a = 4,6m/s^2$
$d = \sqrt{5}m$
$L = 2m$

L'obbiettivo è calcolare l'angolo di α, ma ho anche altre due incognite, ovvero Δx_1 e Δx_2.
Perciò ho bisogno di tre equazioni da mettere a sistema.

Prima equazione

Se un corpo è in equilibrio allora $\sum \vec{F} = 0$
Perciò:

$$k_1 \Delta x_1 = k_2 \Delta x_2$$

Seconda equazione

Se un corpo è in equilibrio allora $\sum \vec{M} = 0$

$$\vec{M} = \vec{b}{\cdot}\vec{F}{\cdot}sin\alpha$$

Scelgo come polo il punto P, in modo che il momento di R_1^a sia nullo.

$$\vec{M_1} = 0$$

$$\vec{M_2} = L{\cdot}\vec{F_2}{\cdot}sin\left(\alpha + \frac{\Pi}{2}\right) = L{\cdot}\vec{F_2}{\cdot}cos\alpha = L{\cdot}(R_2^r - k_2\Delta x_2){\cdot}cos\alpha$$

$$\vec{M_{mg}} = \frac{d}{2}{\cdot}mg{\cdot}sin\left(\frac{\Pi}{2} - \alpha - \beta\right) = -\frac{d}{2}{\cdot}mg{\cdot}cos(\alpha + \beta)$$

$$\vec{M_{ma}} = \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta)$$

$$\vec{M_1} + \vec{M_2} + m\vec{g} + m\vec{a} = 0$$

$$L \cdot \left(R_2^r - k_2 \Delta x_2\right) \cdot cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta) + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) = 0$$

Terza equazione

$$L = \frac{\Delta x_1}{sin\alpha} + \frac{\Delta x_2}{sin\alpha}$$

sistema

$$\begin{cases} k_1 \Delta x_1 = k_2 \Delta x_2 \\ L \cdot (R_2^r - k_2 \Delta x_2) \cdot cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta) + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) = 0 \\ L = \frac{\Delta x_1}{sin\alpha} + \frac{\Delta x_2}{sin\alpha} \end{cases}$$

Parte 1:

isolo Δx_1 dalla prima equazione e lo sostituisco nella terza.

$$\Delta x_1 = \frac{k_2 \cdot \Delta x_2}{k_1}$$

$$L = \frac{k_2 \cdot \Delta x_2}{k_1 sin\alpha} + \frac{\Delta x_2}{sin\alpha}$$

$$L = \frac{\Delta x_2 \cdot (k_1 + k_2)}{k_1 \cdot sin\alpha}$$

$$\Delta x_2 = \frac{L \cdot k_1 \cdot sin\alpha}{k_1 + k_2}$$

Ho isolato Δx_2 e lo sostituisco nella seconda equazione.

$$L \cdot \left(R_2^r - \frac{k_2 \cdot L \cdot k_1 \cdot sin\alpha}{k_1 + k_2}\right) \cdot cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta) + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) = 0$$

$$L \cdot R_2^r \cdot cos\alpha - \frac{L^2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot sin\alpha cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta) + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) = 0$$

$$L \cdot R_2^r \cdot cos\alpha - \frac{L^2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot sin\alpha cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot (cos\alpha cos\beta - sin\alpha sin\beta) + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot (sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta) = 0$$

$$L \cdot R_2^r \cdot cos\alpha - \frac{L^2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \cdot sin\alpha cos\alpha - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos\alpha cos\beta + \frac{d}{2} \cdot mg \cdot sin\alpha sin\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin\alpha cos\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot cos\alpha sin\beta = 0$$

Raccolgo $sin\alpha$ e $cos\alpha$

$$\left(-\frac{L^2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1+k_2}\right) \cdot sin\alpha cos\alpha + \left(L \cdot R_2^r - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin\beta\right) \cdot cos\alpha +$$
$$+\left(\frac{d}{2} \cdot mg \cdot sin\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot cos\beta\right) \cdot sin\alpha = 0$$

Stabilisco che:

$$L \cdot R_2^r - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin\beta = 369.6 kg \cdot m^2/s^2 = A$$

$$\frac{d}{2} \cdot mg \cdot sin\beta + \frac{d}{2} \cdot ma \cdot cos\beta = 1520 kg \cdot m^2/s^2 = B$$

$$-\frac{L^2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1+k_2} = -8400 kg \cdot m^2/s^2 = C$$

L'equazione diventa:

$$Acos\alpha + Bsin\alpha + Csin\alpha cos\alpha = 0$$

Risolvo con le formule parametriche, ovvero: $cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} e sin\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, dove t = tan\frac{\alpha}{2}$

$$A\frac{1-t^2}{1+t^2} + B\frac{2t}{1+t^2} + C\frac{1-t^2}{1+t^2} \cdot \frac{2t}{1+t^2} = 0$$

$$\frac{A(1-t^2)(1+t^2) + B(2t)(1+t^2) + C(2t)(1-t^2)}{(1-t^2)} = 0$$

$$A - At^4 + B(2t+2t^3) + C(2t-2t^3) = 0$$

$$369.6t^4 - 19840t^3 + 13760t - 369.6 = 0$$

$$231t^4 - 12400t^3 + 8600t - 231 = 0$$

$t_1 = -0.83948$ non accettabile

$$t_2 = 0.02689 \rightarrow \alpha = 3.08°$$
$$t_3 = 0.82551$$

$t_4 = 53.66673$ non accettabile

Parte 2

Andremo a misurare l'accelerazione necessaria per far impennare la moto.

Schema di una moto durante l'impennata:

$$\sum \vec{M} = 0$$

Scelgo come polo il punto P, in modo che il momento di R_1^a sia nullo.

$$\vec{M_1} = 0$$
$$\vec{M_2} = 0$$
$$\vec{M_{mg}} = \frac{d}{2} \cdot mg \cdot sin\left(\frac{\Pi}{2} - \alpha - \beta\right) = -\frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta)$$
$$M_{ma} = \frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta)$$
$$\vec{M_1} + \vec{M_2} + \vec{M_{mg}} + \vec{M_{ma}} = 0$$
$$\frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) - \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta) = 0$$
$$\frac{d}{2} \cdot ma \cdot sin(\alpha + \beta) = \frac{d}{2} \cdot mg \cdot cos(\alpha + \beta)$$
$$a = g\frac{cos(\alpha + \beta)}{sin\alpha + \beta}$$
$$a = gcotg(\alpha + \beta)$$